23/10/2018

Θεώρημα: Κάθε πίνακας A είναι ισοδύναμος με έναν πίνακα της μορφής $\begin{pmatrix} I_{r\times r} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ όπου $r = \text{rank}\, A$. Δηλαδή $\exists$ αντιστρέψ. πίνακες S και Q: $SAQ = \begin{pmatrix} I_{r\times r} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

ΟΡΙΖΟΥΣΑ

∃ απεικονίσεις $f: M(n\times n, \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$;

$f(A) =$

$f: M(2\times 2, \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$

$$f\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} = 0$$

$$\det\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} = \alpha\delta - \beta\gamma$$

$$\det\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} = \text{εμβαδό}$$

$$\det\begin{pmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \delta & \varepsilon & \zeta \\ \eta & \theta & i \end{pmatrix} = \text{όγκο}$$

$\det(A\cdot B) = \det A \cdot \det B$

$\det(A+B)$ ΟΧΙ $\det A + \det B$ ..

$\det M(1\times 1, \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$

$$\det\underset{1\times 1}{(\alpha)} = \alpha$$

$\det M(2\times 2, \mathbb{R}) \to \mathbb{R}$

$$\det\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} = \alpha\delta - \beta\gamma$$

Ορισμός: ορίζουσας ως προς την πρώτη στήλη.

Scanned by CamScanner

$$A=\begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{pmatrix} \qquad \det A = (-1)^{1+1}\alpha_{11}\alpha_{22} + (-1)^{2+1}\alpha_{21}\alpha_{12}$$

$$A=\begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \cdots & \alpha_{2n} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \cdots & \alpha_{3n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \cdots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}$$

Από εναν $n\times n$ πίνακα δημιουργούμε n^2 $(n-1)\times(n-1)$ ελάσσο πίνακες. Για το στοιχ. $\alpha_{11} \to A_{11}$ ο οποίος δίνεται από τον A αν διαγράψουμε την 1 γραμμή και 1 στήλη.

για το στοιχ. $\alpha_{32} \to$

$$A_{32}=\begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{13} & \cdots & \alpha_{1n} \\ \alpha_{21} & \alpha_{23} & \cdots & \alpha_{2n} \\ \alpha_{41} & \alpha_{43} & \cdots & \alpha_{4n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n3} & \cdots & \alpha_{nn} \end{pmatrix}$$

διαγρ. 3η γραμμή και 2η στήλη.

ΟΡΙΣΜΟΣ: Η ορίζουσα ενός $n\times n$ πίνακα δίνεται από τον τύπο ως προς την πρώτη στήλη, από τον τύπο:

$$\det A = (-1)^{1+1}\alpha_{11}\cdot \det A_{11} + (-1)^{2+1}\alpha_{21}\det A_{21} + \dots + (-1)^{n+1}\alpha_{n1}\det A_{n1}$$
$$= \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k+1}\alpha_{k1}\det A_{k1}$$

Για το α_{ij} θα πάρουμε τον A_{ij} διαγράφοντας την i-γραμμή και j-στήλη.

Π.χ. $n=3$ $\quad A=\begin{pmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{22} & \alpha_{13} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{pmatrix}$

$\det A = \alpha_{11}\det A_{11} - \alpha_{21}\det A_{21} + \alpha_{31}\det A_{31}$

$A_{11}=\begin{pmatrix} \alpha_{22} & \alpha_{23} \\ \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{pmatrix}, \quad A_{21}=\begin{pmatrix} \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{32} & \alpha_{33} \end{pmatrix}, \quad A_{31}=\begin{pmatrix} \alpha_{12} & \alpha_{13} \\ \alpha_{22} & \alpha_{23} \end{pmatrix}$

$\det A_{11} = \alpha_{22}\alpha_{33} - \alpha_{23}\cdot\alpha_{32}$ (1)

$\det A_{21} = \alpha_{12}\alpha_{33} - \alpha_{32}\alpha_{13}$ (2)

$\det A_{31} = \alpha_{12}\alpha_{22} - \alpha_{22}\alpha_{13}$ (3)

$\det A = \alpha_{11}\cdot(1) - \alpha_{21}\cdot(2) + \alpha_{31}\cdot(3)$

$\det A = \alpha_{11}\alpha_{22}\alpha_{33} - \alpha_{11}\alpha_{23}\alpha_{32} - \alpha_{21}\alpha_{12}\alpha_{33} + \alpha_{21}\alpha_{32}\alpha_{13} + \alpha_{31}\alpha_{12}\alpha_{22}$
$- \alpha_{31}\alpha_{22}\alpha_{13}$

$\left(\begin{array}{ccc|cc} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{21} & \alpha_{22} \\ \alpha_{31} & \alpha_{23} & \alpha_{33} & \alpha_{31} & \alpha_{32} \end{array}\right)$ Άρα;